CONVERTIR NÚMEROS DECIMALES EN FRACCIONES

Para convertir números decimales a fracciones lo que debemos ahcer es dividir el número entre 10 veces el número de cifras que contiene detrás de la coma.

Para saber si una fracción corresponde a un decimal exacto, periódico puro o periódico mixto, descompondremos el denominador y clasificaremos con el siguiente criterio:

Ejercicios:

Convierte en fracción los siguientes números decimales:

$$2.25$$

$$3,175$$

$$120.2$$

Indica si als siguientes fracciones corresponden a decimales exactos, periódicos puros o epriódicos mixtos.

$$\frac{7}{20}$$

$$\frac{5}{11}$$

$$\frac{5}{14}$$

NOTACIÓN CIENTÍFICA

La notación científica sirve para acortar la expresíon decimal de un número y se raliza de la siguiente forma:

Ejercicios:

Escribe los números siguientes con todas sus cifras;

$4 \cdot 10^7$

$5 \cdot 10^{-4}$

$3.8 \cdot 10^{10}$

$9.73 \cdot 10^8$

$8.5 \cdot 10^{-6}$

$1.5 \cdot 10^{-5}$

Escribe estos números en notación científica

13800000

0.000005

4800000000

0.0000173

LOS INTERVALOS

Los intervalos sirven para expresar todos los números, comprendidos entre dos o más valores y se pueden representar de forma analítica, es decir, con números o de forma gráfica en la recta real.

Se representan de diferente forma dependiendo de si los extremos están incluidos o no en el conjunto de los números que queremos representar:

Ejemplo:

Expresa como desigualdad y como intervalo, y represéntalos:

a) *x* es menor que –5.

b) 3 es menor o igual que *x*.

c) *x* está comprendido entre –5 y 1.

d) *x* está entre –2 y 0, ambos incluidos.

Unión e intersección de intervalos

La unión de dos intervalos consiste en todos aquellos valores comprendidos en el primer intervalo o en el segundo.

La intersección entre dos intervalos consiste en aquellos valores que coinciden tanto en el primero, como en el segundo intervalo simultáneamente.

Ejemplo:

Escribe en forma de intervalos los números que verifican estas desigualdades:

a) $x < 3$ o $x \geq 5$

b) $x > 0$ y $x < 4$

c) $x \leq -1$ o $x > 1$

d) $x < 3$ y $x \geq -2$

Ejercicios:

Representa gráficamente y expresa como intervalos estas desigualdades:

a) $-3 \leq x \leq 2$	b) $5 < x$	c) $x \geq -2$
d) $-2 \leq x < 3/2$	e) $4 < x < 4,1$	f) $-3 \leq x$

Representa gráficamente

a) $[-2, 7]$	b) $[13, +\infty)$	c) $(-\infty, 0)$
d) $(-3, 0]$	e) $[3/2, 6)$	f) $(0, +\infty)$

Expresa como intervalo la parte común de cada pareja de intervalos ($A \cap B$) e ($I \cap J$):

a) A = [-3,2] B = [0,5]

b) I = [2, +∞) J = (0, 10)

Expresa como un único intervalo:

a) $(1, 6] \cup [2, 5)$

b) $[-1, 3) \cup (0, 3]$

c) $(1, 6] \cap [2, 7)$

d) $[-1, 3) \cap (0, 4)$

LAS POTENCIAS Y RAÍCES

Propiedades principales de las potencias.

$1^n = 1$	$a^1 = a$	$a^0 = 1, (a \neq 0)$
$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$		$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$		$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
$a^{-1} = \frac{1}{a}, \quad (a \neq 0)$		$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad (a \neq 0)$		$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{b^n}{a^n}$

Propiedades de las raíces:

$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$	=	$\sqrt[n]{a \cdot b}$
$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$	=	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$	=	$\sqrt[n \cdot m]{a}$
$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m$	=	$\sqrt[n]{a^m}$
$a \cdot \sqrt[n]{b}$	=	$\sqrt[n]{a^n \cdot b}$
$\sqrt[n]{a^m}$	=	$\sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}}$
$\sqrt[n]{a^m}$	=	$a^{\frac{m}{n}}$

Ejercicios:

Aplica las propiedades de las potencias

$a)\ 25^3 \cdot 125^{-5} =$

$b)\ 3^8 : 27^{-3} =$

$c)\ (49^3)^{-2} \cdot 7^9 =$

$d)\ 4^3 : 32^{-3} =$

$e)\ \dfrac{(27)^{-2}}{9^5 : 81^3} =$

$f)\ \dfrac{10^5 : 8^4}{((20)^3)^2} =$

Escribe como potencia única

$a)\ 4^4 \cdot 8^3 \cdot 32^3$

$b)\ \dfrac{\frac{7}{5}\cdot\left(\frac{5}{7}\right)^3}{\left(\left(\frac{7}{5}\right)^{-2}\right)^{-4} : \left(\frac{5}{7}\right)^4}$

$c)\ \dfrac{\left(\frac{2}{3}\right)^8}{\left(\frac{2}{3}\right)^4\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{-5}}$

$d)\ \dfrac{24^3 \cdot 30^6 \cdot 20^4}{18^3 \cdot (75^{-2})^4}$

$e)\ \dfrac{9^2 \cdot 3^{-4} \cdot 27}{(81^2)^{-3}}$

$f)\ \dfrac{(49)^{-4}}{7^4 \cdot (343)^2}$

Simplifica al máximo:

a) $\dfrac{4^{5}\cdot 2^{\frac{1}{3}}\cdot\left(\sqrt[3]{4^{2}}\right)^{3}}{\sqrt{2^{3}}\cdot 8^{2}}$

b) $\dfrac{4\cdot 2^{-\frac{1}{3}}\cdot\left(\sqrt[4]{8}\right)^{5}}{\sqrt{4^{3}}\cdot 16^{2}}$

Introduce los factores dentro de la raíz y simplifica.

a) $2^3 \cdot 3^5 \cdot \sqrt{2^7}$

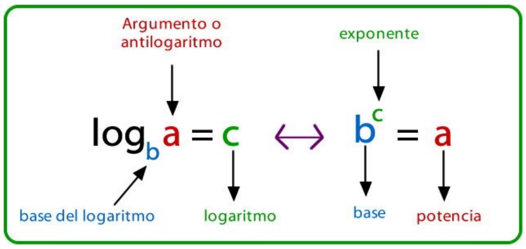
c) $\dfrac{2^3 \cdot 3^4}{5} \cdot \sqrt[3]{\dfrac{5^{11} \cdot 2}{3^{10}}}$

b) $3^5 \cdot 7 \cdot \sqrt[4]{3 \cdot 7^2}$

LOGARITMOS

Por ahora, los logaritmos van a ser una expresión matemática que va a tener una serie de propiedades que vamos a tener que conocer para poder operar con ellos.

Propiedades de los logaritmos:



- $\log_a 1 = 0$
- $\log_a a = 1$
- $\log_a a^x = x$
- $a^{\log_a x} = x$
- $\log_a (u \cdot v) = \log_a u + \log_a v$
- $\log_a \left(\frac{u}{v}\right) = \log_a u - \log_a v$
- $\log_a (u^n) = n \cdot \log_a u$
- $\log_a \sqrt[n]{u} = \frac{1}{n} \log_a u$

Ejercicios:

Halla el valor de x, utilizando la definición de logaritmo:

a) $\log_x 16 = 4$ b) $\log_3 x = 4$ c) $\log_2 64 = x$ d) $\log_x 64 = 3$

e) $\log_2 x = 5$ f) $\log_x 27 = 3$ g) $\log_2 32 = x$ h) $\log_3 x = 3$

Expresa como un solo logaritmo la siguiente expresión, utilizando las propiedades de los logaritmos:

$$3\log 2 + \log 5 + \log \frac{1}{25} - \log 4$$

Sabiendo que $\log 7 = 0{,}85$, calcula (sin utilizar la calculadora): a) $\log 700$; b) $\log 49$; c) $\log \sqrt[3]{7}$

Halla el valor de x, aplicando las propiedades de los logaritmos:

a) $\log x = 3\log 2 - 2\log 3$

b) $\log x = \log 102 - \log 34$

Calcula el valor de x en estas igualdades:

a) $\log 3^{x} = 2$ b) $\log x^{2} = -2$ c) $7^{x} = 115$ d) $5^{-x} = 3$

RACIONALIZAR

Racionalizar significa eliminar todas las raíces que pueda haber en el denominador de una fracción.

Ejemplos:

$$\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{3+x}{6\sqrt{7}}$$

$$\frac{2}{3-\sqrt{5}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

$$\frac{7}{\sqrt[5]{2^3}}$$