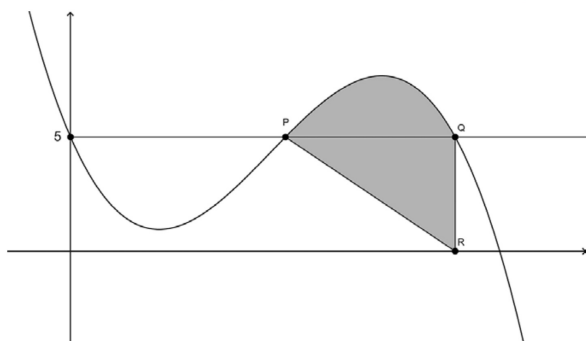


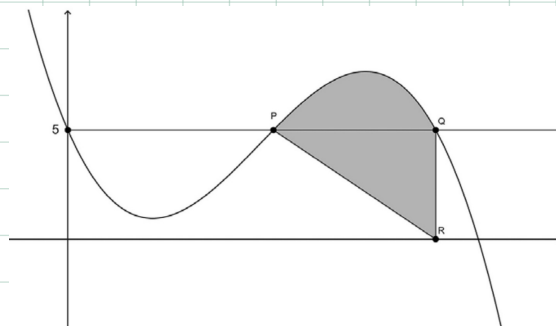
1. En Joan troba entre els papers del seu avi un esbós com el de la figura adjunta, en el qual es descriu un terreny de regadiu que ha deixat en herència al seu pare.



La corba de la gràfica és $y = f(x)$, amb $f(x) = -x^3 + 7x^2 - 6x + 5$.

a) A partir de l'expressió de $f(x)$, calculeu les coordenades dels punts P , Q i R que s'indiquen a la figura. Calculeu també l'equació de la recta PR .
[1,25 punts]

b) Calculeu la superfície del terreny.
[1,25 punts]



2 Considereu el sistema d'equacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} 4x + 2y - z = 4 \\ x - y + kz = 3 \\ 3x + 3y = 1 \end{array} \right\},$$

on k és un paràmetre real.

a) Discussiu el sistema per als diferents valors del paràmetre k , i resoleu-lo per a $k = 0$.

[1 punt]

b) Resoleu el sistema per a $k = -1$.

[0,75 punts]

c) Per a $k = -1$, modifiqueu la tercera equació de manera que el sistema esdevingui incompatible. Justifiqueu la resposta.

[0,75 punts]

3. a) L'Andreu posa les nou boles que es mostren a continuació dins d'una bossa.



A continuació, treu de la bossa dues boles a l'atzar, una darrere l'altra i sense reemplaçament (és a dir, no retorna a la bossa la primera bola abans de treure'n la segona). Calculeu la probabilitat que les dues boles tinguin lletres diferents.

[0,75 punts]

b) L'Andreu torna a posar totes les boles a la bossa i en treu cinc a l'atzar, una darrere l'altra, però ara amb reemplaçament (és a dir, ara sí que retorna a la bossa cada bola extreta abans d'agafar-ne la següent). Calculeu la probabilitat que hagi tret almenys dues A.

[0,75 punts]

- c) Estudieu els màxims i els mínims, i les zones de creixement i de decreixement, de la funció $f(x) = 2^{\frac{\ln x}{x}}$, definida per $x > 0$.

[1 punt]

4. OPCIÓ A Considereu els punts $A = (1, 2, 3)$ i $B = (-3, -2, 3)$.

a) Calculeu l'equació del pla π que és perpendicular a la recta AB i que passa pel punt mitjà entre A i B . Justifiqueu que aquest pla és format, precisament, pels punts $P = (x, y, z)$, que estan situats a la mateixa distància de A que de B , és a dir, $d(P, A) = d(P, B)$.

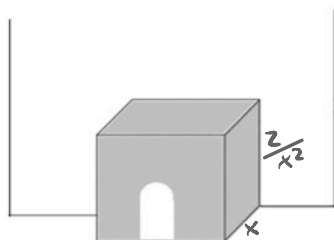
[1 punt]

b) Calculeu les distàncies de A i de B al pla π i comproveu que són iguals. És casualitat? Raoneu la resposta.

[0,75 punts]

c) Sigui $C = (-7, 6, 3)$. El triangle ABC és isòsceles? Calculeu-ne l'àrea.
[0,75 punts]

4. **OPCIÓ B.** Volem construir un petit cobert de fusta de 6 m^3 de volum, en forma de prisma rectangular, adossat a la paret lateral d'una casa, per guardar-hi llenya. Només cal construir, per tant, el sostre i tres parets (la paret del fons del cobert és la de la casa a la qual està adossat). A més, volem que el cobert mesuri el triple d'amplària que de fondària. Cada metre quadrat de paret té un cost de construcció de 30 € i el sostre costa 50 €/m². Un cop construït el cobert, afegir-hi una porta té un cost fix de 35 €.



- a) Comproveu que el cost de construcció del cobert és determinat per la funció

$$C(x) = \frac{300}{x} + 150x^2 + 35, \text{ on } x \text{ és la fondària del cobert en metres.}$$

[1,25 punts]

- b) Calculeu quines han de ser les dimensions del cobert per tal que el cost de construcció sigui mínim i justifiqueu la resposta. Quin és aquest cost?

[1,25 punts]



TODOPAU